

DOI: 10.7652/xjtuxb201605002

考虑接触刚度的含间隙铰接副动态磨损分析

朱爱斌, 何胜利, 邹超, 陈渭

(西安交通大学现代设计及转子轴承系统教育部重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 针对大多数含间隙铰接副的磨损计算都非常复杂,精度和效率不能兼得,且很少能够与含间隙铰接副系统的动力学分析动态结合起来考虑表面接触刚度对磨损影响的问题,提出了一种新的含间隙铰接副磨损分析方法。基于无质量杆-弹簧阻尼模型建立考虑接触刚度影响的含间隙铰接副系统动力学分析模型,利用非对称 Winkler 弹性基础模型计算接触压力分布,采用 Archard 磨损理论计算接触表面磨损量,对接触表面轮廓实时更新得出含间隙铰接副的动态磨损量。分析结果表明,在表面接触刚度较小时含间隙铰接副的动态磨损严重,且随系统转速的变化呈现出不同的变化趋势,反映了不同接触刚度下含间隙铰接副的动态磨损趋势。该方法计算精度和计算效率较高且充分考虑了表面接触刚度对含间隙铰接副动态磨损的影响,对含间隙铰接副系统的设计和动力学分析及磨损预测具有一定的指导意义。

关键词: 接触刚度;弹簧阻尼;非对称 Winkler 弹性模型;动态磨损

中图分类号: TH117.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2016)05-0012-07

Dynamic Wear Analysis of Clearance Joint Considering Contact Stiffness

ZHU Aibin, HE Shengli, ZOU Chao, CHEN Wei

(Key Laboratory of Education Ministry for Modern Design & Rotor-Bearing System, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Most of wear calculations for clearance joint are very complicated and the accuracy and efficiency can not be satisfied simultaneously, and the dynamic wear analysis rarely combines with the dynamics analysis of clearance joint system considering the effect of different surface contact stiffness. A dynamic wear analysis for joint clearance considering different contact stiffness is proposed. The mass-less-link and spring-damping model is adopted to conduct dynamics analysis of clearance joint system considering different contact stiffness. The nonsymmetric Winkler surface model is taken to evaluate the contact pressure distribution, and the Archard wear theory is employed to calculate the worn mass of contact surface. The surface profile renews at real time with the wear calculation result, then the dynamic wear prediction of clearance joint is acquired. The dynamic wear trend for different contact stiffness is discussed. The proposed strategy fully considers the effects of contact stiffness on the dynamic wear of clearance joint, and reflects the dynamic wear trend of clearance joint surface for different contact stiffness with higher accuracy and efficiency.

Keywords: contact stiffness; spring damping; nonsymmetric Winkler surface model; dynamic wear

工程中机械系统摩擦学与动力学行为是密切联系且相互耦合的,即磨损会造成机构的几何形状及尺寸变化,引起机器动力学性能变化,如振动加剧这种性能的变化又反过来加重磨损^[1]。由于制造误差、磨损、材料变形和缺陷的存在,使得间隙不可避免地存在于各种运动副中。如人工关节中的间隙铰接副^[2],工业机器人中机械臂柱铰、滑移铰,现代航天器上的太阳能电池板、大型天线等空间结构上的铰接结构等。1958年美国第一颗卫星“探险者一号”由于外伸天线的柔性未考虑,其刚柔耦合的动力学作用使得卫星翻转而导致发射失败^[3]。工程机械中因铰接副间隙过大、接触碰撞严重、销轴轴套的磨损导致工作装置出现振动过大、噪声异常等故障^[4]。

含间隙铰接副的磨损是一个复杂的动态过程,早期的研究多集中于摩擦副的接触建模及磨损计算模型等方面。Kougut 针对粗糙接触表面的接触压力求解建立了基于有限元的改进弹塑性模型^[5],Podra 分析构建了考虑接触表面形貌的有限元磨损计算模型^[6]。传统的含间隙铰接副接触表面压力分析多基于经典的 Hertz 接触模型^[7]。铰接副一般为高共形、小间隙接触,而 Hertz 模型是基于球面接触提出的非共形接触理论。Liu 等已证实间隙较小时 Hertz 计算结果与真实值偏差很大^[8]。Lankarani 等提出了既考虑接触的非线性,又包含能量损失的较全面的接触模型^[9],但该模型求解过程复杂。

王国庆等结合间隙运动副碰撞接触的非线性弹簧阻尼模型,提出了边界润滑条件下的间隙副接触力模型^[10],但没有考虑到在高共形率接触条件下,由 Hertz 模型发展而来的接触力计算公式误差较大的问题。林碧华基于无质量杆模型的含间隙铰接副系统动力学分析,对含间隙铰接副接触表面的动态磨损量进行了计算^[11],但忽略了接触表面弹性的影响。宿月文等采用 Winkler 弹性基础模型计算了接触压力分布^[12],但传统 Winkler 弹性接触模型是将间隙铰接副作为理想圆处理,其所得接触压力分布结果的精度相对较差。

本文基于无质量杆-弹簧阻尼(Mass-less-Link and Spring-Damper, MLSD)模型^[13],在考虑了接触表面不同接触刚度影响的基础上,建立了含间隙铰接副系统的动力学分析模型;利用非对称 Winkler 弹性基础模型计算了接触表面的压力分布,解决了高共形率的接触压力计算问题;采用 Archard 理论进行磨损计算,通过对接表面轮廓的实时更新,实现了不同接触刚度下含间隙铰接副的动态磨损

分析。

1 含间隙铰接副的动态磨损

1.1 考虑不同接触刚度系数影响的动力学分析计算

含间隙铰接副动态磨损算法的流程图如图 1 所示。基于 MLSD 的含间隙曲柄滑块机构动力学分析模型如图 2 所示。

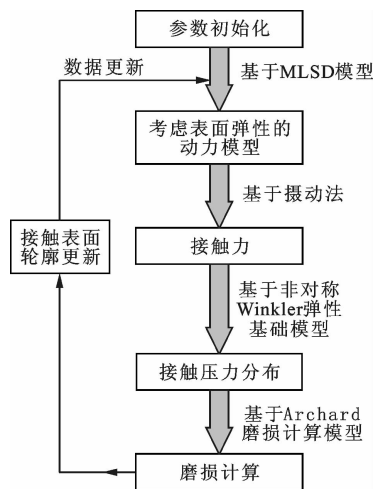


图1 不同接触刚度影响下含间隙铰接副动态磨损算法流程

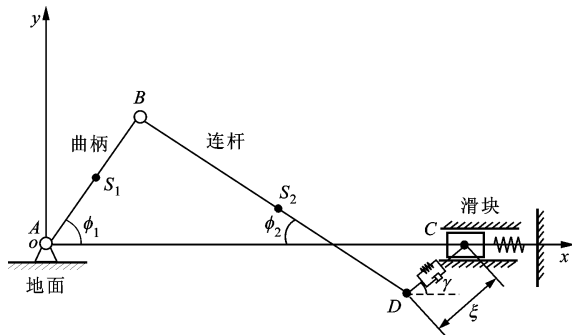


图2 含间隙的曲柄滑块机构 MLSD 分析模型

基于 MLSD 模型,将滑块与连杆间的间隙用长度为 ξ 、方向为 γ 的无质量杆 CD 表示, CD 的径向刚度系数为 k , 径向阻尼系数为 μ 。为保证运动中销轴与轴套始终接触,在结构右端附加一个弹簧系统,弹簧弹性系数为 k_{sp} 。假定曲柄做匀速转动,角速度为 ω ,初始间隙为 e 。

机构位置约束方程为

$$\left. \begin{aligned} l_1 \cos \phi_1 + l_2 \cos \phi_2 + \xi \cos \gamma &= x_3 \\ l_1 \sin \phi_1 - l_2 \sin \phi_2 + \xi \sin \gamma &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

机构动力学约束方程为

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F_{k_{sp}} - m_3 \ddot{x}_3 \\ F_y l_2 \sin \phi_2 + F_x l_2 \cos \phi_2 - I_2 \ddot{\phi}_2 - \\ \frac{1}{2} m_2 l_2 [(g + \ddot{y}_2) \cos \phi_2 + \ddot{x}_2 \sin \phi_2] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

对间隙杆 CD 有

$$F_N = k(\xi - e) + \mu \dot{\xi} \quad (3)$$

利用摄动法^[14]的求解思路对 ϕ_2 、 γ 、 x_3 、 F_N 做如下修正

$$\left. \begin{aligned} \phi_2^* &= \phi_2^0 + a\phi_2^1 + a^2\phi_2^2 + a^3\phi_2^3 + \dots \\ \gamma^* &= \gamma^0 + a\gamma^1 + a^2\gamma^2 + a^3\gamma^3 + \dots \\ x_3^* &= x_3^0 + ax_3^1 + a^2x_3^2 + a^3x_3^3 + \dots \\ F_N^* &= F_N^0 + aF_N^1 + a^2F_N^2 + a^3F_N^3 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: a 为修正因子, 是一个无穷小量。由于间隙很小, 通常在 $10^{-4} \sim 10^{-5}$ m 范围间, 因此可以认为 $e = a$ 为定值。

将式(4)修正值分别代入式(1)和式(2), 通过求解无间隙标称机构得到相应的含间隙机构的动力学响应数据, 并对理想化数据进行修正处理后求得

$$\left. \begin{aligned} F_N^* &= F_N^0 + ef_1(m_1, m_2, m_3, l_1, l_2, \phi_1, \omega) \\ \gamma^* &= \gamma^0 + ef_2(m_1, m_2, m_3, l_1, l_2, \phi_1, \omega) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: $f_1(m_1, m_2, m_3, l_1, l_2, \phi_1, \omega)$ 和 $f_2(m_1, m_2, m_3, l_1, l_2, \phi_1, \omega)$ 是关于已知量的函数表达式。

根据线性弹簧阻尼接触力计算公式, 可以得到

$$\left. \begin{aligned} \xi &= e + \frac{F_N^*}{k} - \frac{\mu}{k} \dot{\xi} \\ \dot{\xi} &= \frac{\dot{F}_N^*}{k} - \frac{\mu}{k} \ddot{\xi} \\ \ddot{\xi} &= \frac{\ddot{F}_N^*}{k} - \frac{\mu}{k} \ddot{\xi} \\ \ddot{\xi} &= \frac{\ddot{F}_N^*}{k} - \frac{\mu}{k} \xi^{(4)} \\ &\vdots \\ \xi^{(n)} &= \frac{F_N^{*(n)}}{k} - \frac{\mu}{k} \xi^{(n+1)} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

将 $\dot{\xi}$ 、 $\ddot{\xi}$ 、 $\xi^{(4)}$ 分别进行依次迭代, 忽略 F_N^* 的三阶导数及其以上高阶导数后可得

$$\left. \begin{aligned} \xi &= e + \frac{F_N^*}{k} - \frac{\mu}{k^2} \dot{F}_N^* + \frac{\mu^2}{k^3} \ddot{F}_N^* \\ \dot{\xi} &= \frac{\dot{F}_N^*}{k} - \frac{\mu}{k^2} \ddot{F}_N^* \\ \ddot{\xi} &= \frac{\ddot{F}_N^*}{k} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

再次将 γ^* 、 ξ 的值带入式(1)和式(2), 求得表面接触力 F_N 和方位角 γ 。

1.2 接触压力分布计算

Winkler 弹性基础模型基于离散化的思想处理接触问题, 且不限于高共形率的接触要求, 因此用该模型的算法结果必然比基于 Hertz 接触理论的结果

果具有更高的精度^[12]。该模型把接触压力用弹簧单元的接触变形来表示, 其计算效率要高于 Hertz 接触模型。Winkler 接触模型的接触压力与变形量的关系为

$$p_i = \frac{E_w}{L_i} \delta_i \quad (8)$$

式中: p_i 为接触压力; δ_i 为法向弹性变形; L_i 为弹性层厚度; E_w 为弹性层的复合弹性模量。

在接触表面上所有弹簧合外力大小即为外载荷大小, 即

$$F_{\text{total}} = \sum_{i=1}^n p_i A_i \cos \beta_i \quad (9)$$

式中: β_i 为第 i 个弹簧与 F_N 的夹角; A_i 为第 i 个弹簧处的接触面积; n 为接触区域弹簧总数。

非对称 Winkler 弹性基础模型的接触示意图如图3所示, 其中接触区域为劣弧 C_1C_2 , 接触区域的弹簧压力总和 $F_{\text{total}} = F_N$ 。

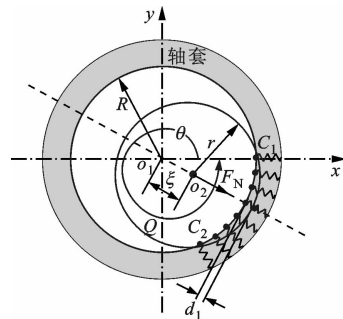


图3 非对称 Winkler 弹性基础模型接触示意图

本文采用文献[15]提出的非对称 Winkler 弹性基础模型进行压力分布计算, 基本求解思路如下。

(1) 假设压缩中心变形量为 δ_i 。

(2) 鉴于磨损引起轴套内壁的非圆特性, 圆弧函数已不再适用, 所以利用销轴外轮廓以及轴套内壁几何结构的离散化数据, 分别计算载荷方向左右两侧的受压弹簧数量及变形量。

(3) 根据受压弹簧数及变形量, 求解接触表面的接触压力分布。

(4) 计算受压弹簧合力 F_{total} , 并与 F_N 进行对比, 如果二者平衡, 则输出接触压力分布大小, 否则返回思路(1), 修正初始变形量 δ_i , 继续迭代, 直到二者平衡。

1.3 磨损计算

Archard 磨损计算式^[16]为

$$V = K \frac{Fs}{H} \quad (10)$$

式中: K 为相对磨损系数; H 为材料布氏硬度; F 为

接触表面法向载荷; s 为接触表面相对滑移距离; V 为磨损体积。

工程中考虑更多的是材料的法向侵入深度,因此对上式两边取接触面积的微分得

$$h = \frac{K}{H}ps$$

(11)

式中: h 为材料接触表面的法向磨损深度; p 为接触表面的接触压力。

计算中通常将材料的磨损过程离散化为若干个过程,将每个过程磨损量连续累加,得出材料接触表面的法向侵入深度。取式(11)对时间的微分得

$$dh_i = K_d p_i ds_i$$

(12)

$$h_{i+1} = \sum_{i=1}^n (dh_i + dh_{i+1})$$

(13)

式中: K_d 为接触材料的线性磨损系数,一般通过销盘磨损实验得出; dh_i 为每个离散化过程的单步磨损量。

在材料的磨损过程中,单步的磨损量非常小,其对接触界面轮廓的影响不大,因此引入一个磨损加速因子 M ,把连续若干步的磨损深度计算视为单步磨损深度的若干倍,即

$$h_{i+1} = h_{x-M+1} + Mh_x = h_{x-M+1} + MK_d p_i ds_i$$

(14)

2 数据模拟分析

基于无质量杆-弹簧阻尼模型建立考虑不同接触刚度影响的含间隙铰接副系统动力学分析模型,利用非对称 Winkler 弹性基础模型计算接触压力分布,采用 Archard 磨损理论计算接触表面磨损量,对接触表面轮廓实时更新得出含间隙铰接副的动态磨损量,由此提出了一种考虑表面接触刚度影响的含间隙铰接副动态磨损分析方法。曲柄滑块机构动力学分析模型见图 2,基本参数如表 1、表 2 所示。

表 1 曲柄滑块机构基本参数

m_1/kg	m_2/kg	m_3/kg	l_1/mm
0.46	1.09	5	70
l_2/mm	$k/\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$	$\mu/\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$	$k_{\text{sp}}/\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$
200	10^7	0.5	1 800

表 2 销轴与轴套基本参数

机构	材料	半径/ mm	弹性模 量/GPa	泊松比	磨损系数
销轴	钢	7.45	209	0.28	
轴套	聚四氟乙烯	7.50	0.5	0.38	5.05×10^{-13}

在文献[11]的含间隙铰接副磨损计算工作中,基于间隙杆模型的 Winkler 模型下的磨损计算相比有限元分析模型和实验数据具有较好的精度。在相同的磨损周期计算过程中,基于间隙杆模型的 Winkler 模型的计算方法用时几乎为有限元方法的 1/100,计算效率较高。考虑接触表面不同接触刚度的本文算法与文献[11]算法在不同状态下的动态磨损结果对比如图 4 所示。

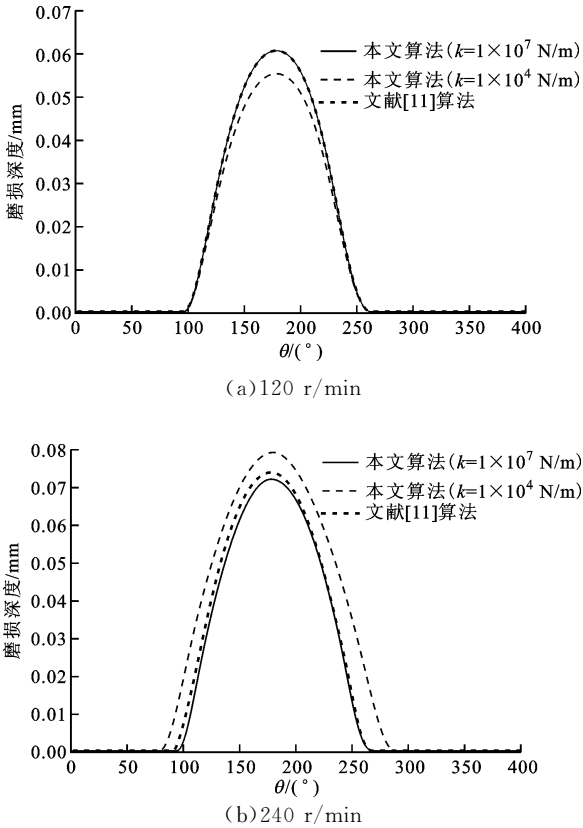


图 4 不同接触刚度、10 000 转时本文与文献[11]算法结果对比

结合图 4a 和表 3 可以看出,当 $k=1 \times 10^7 \text{ N/m}$ 时,本文算法结果与文献[11]基本接近,磨损曲线具有相同的变化趋势和一致的磨损范围。当 $k=1 \times 10^4 \text{ N/m}$ 时,本文算法的磨损峰值与文献[11]有较大差异,本文磨损峰值小于文献[11],同时磨损区域有所增大,磨损质量相对减小。结合图 4b 和表 4 可以看到,当 $k=1 \times 10^7 \text{ N/m}$ 时,随着转速的提高,轴套表面的磨损量逐渐增大。在磨损的起始阶段,文献[11]算法的磨损结果偏大,而在最大磨损发生之后的区域里,本文算法略大。原因有两方面:一是本文算法动力学分析计算基于了 MLSD 模型,同时考虑了运动副表面的基础刚度影响,使得销轴在最初与轴套接触阶段,随着侵入深度的不断增大,轴套表面发生弹性变形而产生弹性滞回,相对延长了作用

时间,接触表面的接触力相对减小,磨损量相对减小,而在由最大侵入深度逐渐退出磨损区域时,弹性势能释放,接触表面间隙成为影响接触力大小的主导因素,弹性形变引起的实际接触间隙增大导致接触力增大,磨损量相对增大;二是本文考虑了磨损发生后轴套内表面的非圆特性,并且采用了非对称 Winkler 弹性基础模型来计算接触压力分布。由表 4 可以看到,本文算法的磨损峰值、磨损区域及磨损量远大于文献[11],接触表面的弹性对磨损计算结果的影响较大,表明考虑表面接触刚度的算法具有较广的适用范围。

表 3 120 r/min 下磨损计算结果对比

算法	$k/\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$	时间/s	磨损深度/mm	磨损宽度/ $^{\circ}$	磨损质量/g
文献[11]		13.63	0.061	165	0.035
本文	10^7	13.33	0.060	165	0.035
	10^4	12.85	0.055	167	0.032

表 4 240 r/min 下磨损计算结果对比

算法	$k/\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$	时间/s	磨损深度/mm	磨损宽度/ $^{\circ}$	磨损质量/g
文献[11]		13.67	0.074 0	176	0.046
本文	10^7	13.03	0.072 0	175	0.044
	10^4	12.04	0.079 1	211	0.057

由表 3、表 4 还可以看到,考虑了表面接触刚度,计算效率更高,这种时效性将在工程周期磨损计算中更好地体现出来。随着系统转速的提高,接触表面磨损深度增大,磨损区域变宽,磨损质量增加。

转速为 120 r/min 时,减小接触表面刚度系数,表面磨损峰值减小,磨损量减小,磨损区域增大;转速为 240 r/min 时,减小接触表面刚度系数,表面磨损峰值增大,磨损量增加,磨损区域增大。由此可见,磨损区域的扩展是由于表面弹性影响所致,较大弹性的接触表面,磨损区域较大,这种现象随转速的提高而越为明显,与实际动态磨损现象相符。不同转速下改变接触表面刚度系数,磨损峰值和磨损量变化的原因如下:在相同外载荷下,同一刚度系数的接触表面的弹性形变量(微增间隙)相同;转速较低时,相对作用时间较长,尤其是达到磨损峰值的作用时间相对延长,滞回作用较明显,接触反力较小;微增间隙对接触力的影响小于表面滞回作用,表面滞回作用的影响占据主导地位,表面接触力相对减小,

磨损峰值和磨损量减小;持续提高转速,当转速超过某一临界值时,较高转速下较短的接触时间,尤其是达到磨损峰值的接触时间相对缩短,接触反力增大,表面滞回作用不明显,微增间隙对磨损的影响超过了表面滞回的作用,微增间隙的影响占据了主导地位,接触力相对增大,磨损峰值和磨损量增加。

不同转速下接触表面刚度系数对接触表面的影响如图 5、表 5 和表 6 所示。可以看出:转速为 120 r/min、 $k\geqslant 1\times 10^6\text{ N/m}$ 时,表面磨损变化趋于稳定;转速为 240 r/min、 $k\geqslant 1\times 10^6\text{ N/m}$ 时,表面磨损变化趋于稳定,磨损峰值、磨损量和磨损区域不再发生变化。因此,在一定的转速和不变的外载荷下,相同的磨损周期内持续增加接触表面刚度系数,接触表面的动态磨损量逐渐趋于稳定。文献[11]适用于表面接触刚度系数较大时的情形,而本文算法能够统筹考虑不同接触表面刚度系数的影响,且具有较高

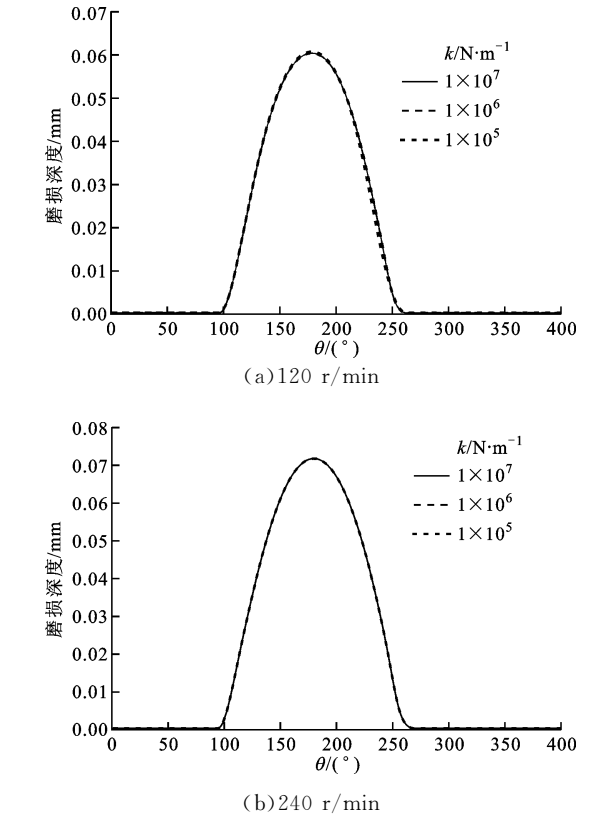


图 5 不同接触表面刚度系数下磨损结果对比

表 5 120 r/min 不同刚度系数下磨损计算结果

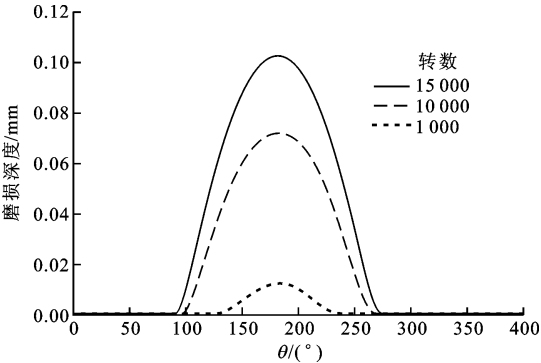
$k/\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$	磨损深度/mm	磨损宽度/ $^{\circ}$	磨损质量/g
10^5	0.060 0	164	0.034 9
10^6	0.060 4	165	0.035 1
10^7	0.060 4	165	0.035 1

表 6 240 r/min 不同刚度系数下磨损结果

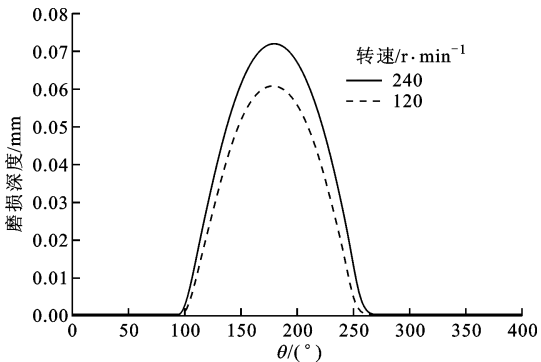
$k/\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$	磨损深度/ mm	磨损宽度/ (°)	磨损质量/ g
10^5	0.072 1	175	0.044 4
10^6	0.071 9	175	0.044 1
10^7	0.071 9	175	0.044 0

的精度。

$k=1\times10^7\text{ N/m}$ 时,本文算法在不同磨损周期和不同转速下关节轴承表面磨损量的动态对比如图 6 所示。由图 6 可以看出,在相同转速下,随着磨损周期的延长,关节轴承表面的磨损区域发生了动态扩展。在该磨损区域,随磨损周期的不断拓展,销轴与轴套表面振荡周期延长,从而加速了轴承的失效,严重影响了关节轴承的使用寿命。



(a)240 r/min



(b)10 000 转

图 6 不同状态下本文算法结果

由表 7 磨损数据得,接触表面的磨损质量和磨损深度随磨损周期的延长而等比增长。分析表 8 数据可以看出,在相同的磨损周期中,转速越高,磨损得越深,磨损区域越宽,磨损质量越大。对于高速运转而言,关节轴承磨损更快,寿命周期更短。因此,含间隙铰接副的磨损指标随转速和磨损周期的增加而不断增大。

表 7 240 r/min 下不同仿真周期的磨损计算结果

转数	时间/s	磨损深度/ mm	磨损宽度/ (°)	磨损质量/ g
1 000	2.22	0.012	116	0.004
10 000	13.03	0.072	175	0.044
15 000	18.89	0.103	187	0.068

表 8 10 000 转时不同转速的磨损计算结果

转速/ $\text{r} \cdot \text{min}^{-1}$	时间/s	磨损深度/ mm	磨损宽度/ (°)	磨损质量/ g
120	13.33	0.060	165	0.035
240	13.03	0.072	175	0.044

3 结 论

含间隙铰接副的动态磨损计算是含间隙多体动力学和摩擦学耦合的交互影响的复杂工程问题,其蕴含了摩擦学所固有的宏、微观多尺度特性,跨越了瞬态接触和缓慢磨损的多时间尺度。

本文从系统耦合集成的角度融合各领域、多尺度的知识构建模型,基于无质量杆-线性弹簧阻尼模型,在考虑铰接副表面接触刚度影响的基础上,对含间隙铰接副系统进行了动力学分析,由此简化了含间隙系统强非线性动力学微分方程组的求解过程,提高了算法的效率。同时,利用非对称 Winkler 弹性基础模型、采用离散化的思想,实现了高共形率接触表面的非对称压力的分布计算,采用 Archard 磨损理论计算含间隙运动副表面的磨损量、利用磨损量对间隙大小实时修正,得出不同接触刚度下的含间隙铰接副系统的动态磨损量变化趋势。通过对比不同接触刚度下接触表面动态磨损趋势的研究分析,表明本文算法可以反映不同接触刚度下含间隙铰接副表面的动态磨损趋势。该研究方法在有效提高含间隙铰接副动态磨损计算精度的同时,保证了计算的时效性,真实地反映了含间隙铰接副接触表面的动态磨损状况,对工程机械设计和动力学分析及磨损预测具有重要理论意义和应用价值。

参考文献:

[1] 宿月文,陈渭,朱爱斌,等. 铰接副磨损与系统动力学行为耦合的数值分析 [J]. 摩擦学学报, 2009, 29(1): 50-54.

SU Yuewen, CHEN Wei, ZHU Aibin, et al. Numerical analysis of wear coupling with dynamics behavior of machine [J]. Tribology, 2009, 29(1): 50-54.

- [2] 王成焘. 天然与人工关节中的摩擦学问题 [J]. 医用生物力学, 2009, 24(5): 317-324.
WANG Chentao. Tribology problems in natural and artificial joint [J]. Journal of Medical Biomechanics, 2009, 24(5): 317-324.
- [3] 马兴瑞, 王本利. 航天器动力学: 若干问题进展及应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2001.
- [4] 何清华, 张大庆, 郝鹏, 等. 液压挖掘机工作装置模型及控制的试验研究 [J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2006, 37(3): 542-546.
HE Qinghua, ZHANG Daqing, HAO Peng, et al. Model and experimental research on control of hydraulic excavator's manipulator [J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2006, 37(3): 542-546.
- [5] KOGUT L, ETSION I. A finite element based elastic-plastic model for the contact of rough surfaces [J]. Tribology Transactions, 2003, 46(3): 383-390.
- [6] PÖDRA P, ANDERSSON S. Finite element analysis wear simulation of a conical spinning contact considering surface topography [J]. Wear, 1999, 224(1): 13-21.
- [7] JOHNSON K L. Contact mechanics [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1985.
- [8] LIU Caishan, ZHANG Ke, YANG Rei. The FEM analysis and approximate model for cylindrical joints with clearances [J]. Mechanism & Machine Theory, 2007, 42(2): 183-197.
- [9] LANKARANI H M, NIKRAVESH P E. A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multibody systems [J]. Journal of Mechanical Design, 1990, 112(3): 369-376.
- [10] 王国庆, 刘宏昭, 何长安. 含间隙曲柄滑块机构运动副动态磨损研究 [J]. 机械强度, 2006, 28(6): 849-852.
WANG Guoqing, LIU Hongzhao, HE Chang'an. Dynamic wear research of clearance joint in crank-rod mechanism [J]. Journal of Mechanical Strength, 2006, 28(6): 849-852.
- [11] 林碧华. 含间隙铰接副关节轴承磨损寿命预测方法与实验研究 [D]. 西安: 西安交通大学, 2013.
- [12] 宿月文, 陈渭, 郭彩霞. 应用 Winkler 弹性基础模型的间隙铰接副磨损预测 [J]. 摩擦学学报, 2012, 32(4): 320-324.
SU Yuewen, CHEN Wei, GUO Caixia. Wear prediction of clearance revolute joints using Winkler surface model [J]. Tribology, 2012, 32(4): 320-324.
- [13] SENEVIRATNE L D, EARLES S W E, FENNER D N. Analysis of a four-bar mechanism with a radially compliant clearance joint [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part C Journal of Mechanical Engineering Science, 1996, 210(3): 215-223.
- [14] 张建玲, 李哲, 白师贤. 求解含间隙机构运行微分方程的摄动法 [J]. 北京工业大学学报, 1997, 23(2): 1-7.
ZHANG Jianling, LI Zhe, BAI Shixian. A perturbation method of solving the differential equations of the linkages with clearances [J]. Journal of Beijing Polytechnic University, 1997, 23(2): 1-7.
- [15] 李培. 基于动力学与摩擦学耦合的含间隙铰接副多系统研究 [D]. 西安: 西安交通大学, 2015.
- [16] ARCHARD J F. Wear theory and mechanism [M]. New York, USA: ASME, 1980.

[本刊相关文献链接]

- 朱爱斌, 何大勇, 邹超, 等. 刀具磨损图像视差图的非标定方法. 2016, 50(3): 8-15. [doi:10.7652/xjtuxb201603002]
- 刘雨薇, 张卫正, 叶福浩. 单个微凸体接触过程中的闪点温度研究. 2016, 50(3): 90-93. [doi:10.7652/xjtuxb201603014]
- 蒲伟, 王家序, 杨荣松, 等. 重载下准双曲面齿面传动界面润滑机理分析. 2015, 49(11): 55-61. [doi:10.7652/xjtuxb201511010]
- 康乐, 胡欲立, 张克涵. 水下磁谐振式无线电能传输系统的分析与设计. 2015, 49(10): 41-47. [doi:10.7652/xjtuxb201510007]
- 马立峰, 马自勇, 马立东, 等. 利用塑性 5et 与中性层偏移的二辊矫直辊型设计方法. 2015, 49(7): 71-81. [doi:10.7652/xjtuxb201507013]
- 王勇, 邢建东, 马胜强, 等. Fe-B 合金在锌液中冲刷与腐蚀的交互作用. 2015, 49(7): 92-97. [doi:10.7652/xjtuxb201507016]
- 朱爱斌, 胡浩强, 何大勇, 等. 采用频域融合方法的砂轮刀具磨损三维重构技术. 2015, 49(5): 82-86. [doi:10.7652/xjtuxb201505013]
- 吴建华, 雷源, 王刚, 等. 往复式冰箱压缩机曲轴动态特性与轴承润滑计算分析. 2015, 49(2): 55-61. [doi:10.7652/xjtuxb201502010]
- 鲍崇高, 宋奕侨, 侯书增, 等. 磨料表面微氧化对 cBN 磨具磨削性能的影响. 2015, 49(2): 124-129. [doi:10.7652/xjtuxb201502021]
- 张艳, 鲍崇高, 侯书增. 金属模具表面稀土催化共晶渗硼组织及其性能. 2014, 48(10): 96-100. [doi:10.7652/xjtuxb201410015]

(编辑 苗凌)